LAS MENINAS Y LAS MATEMÁTICAS

Algunas reflexiones sobre la posible influencia de las Matemáticas en la pintura de Velázquez en general, y en Las Meninas en particular

Antonio José Heras Martínez

(Universidad Complutense de Madrid)

Este trabajo tiene por objetivo resumir y evaluar algunas de las principales hipótesis que se han propuesto en el pasado acerca de la influencia de las Matemáticas en la pintura de Velázquez, centrándose fundamentalmente en su obra más importante, Las Meninas. En el primer apartado se expone un marco conceptual que permite ordenar hasta cierto punto la gran variedad de interpretaciones e hipótesis que ha generado la obra del pintor. El segundo apartado estudia la famosa Proporción Áurea o Divina, un concepto matemático que se utiliza muy a menudo para justificar la estrecha relación entre arte y ciencia. En el tercer apartado se exponen algunas de las posibles formas en que dicha proporción podría estar presente en las pinturas de Velázquez. Finalmente, el cuarto apartado tiene vocación pedagógica y expone algunas ideas para incorporar una discusión sobre Las Meninas en una clase de Matemáticas.

1. Velázquez y las Matemáticas.

¿Dónde reside el secreto de la magia de Velázquez? ¿Por qué sus pinturas han fascinado a tantos y tan diferentes observadores, estudiosos o simples curiosos, españoles o extranjeros, desde el siglo XVII al XXI? ¿Y qué nos están diciendo? ¿Cómo debemos interpretarlas? Estas son preguntas muy complejas y ambiciosas, y muy posiblemente nunca lleguemos a encontrar respuestas definitivas o que al menos susciten la unanimidad de los expertos. Gran parte del problema radica en la dificultad de acceder a la intimidad del pintor, a sus ideas y opiniones, ya que Velázquez fue un hombre discreto y reservado del que no se han conservado cartas u otros documentos personales. Así que para esta tarea solo disponemos de las opiniones de terceras personas, tanto amigos como enemigos, de los documentos aportados por los historiadores, y por supuesto de los propios cuadros, siempre fascinantes y a veces enigmáticos.

Jonathan Brown (1999) clasificó la mencionada diversidad de interpretaciones en tres corrientes principales, a las que denominó *realista*, *histórico-empírica* y *filosófica*. Las tres corrientes surgen cronológicamente en el mismo orden, y siguen coexistiendo hoy en día. Para nuestros fines, podemos reducirlas a dos, a las que denominaremos *realista* y *simbólica*. Para la *corriente realista*, los cuadros de Velázquez son representaciones especialmente fieles de los modelos reales, por lo que es inútil buscar su significado más allá de la pura representación de la realidad. Para la *corriente simbólica*, los cuadros tienen un significado que se encuentra más allá de representado en ellos, apuntan a conceptos e ideales que tienen relación con lo representado pero que no coinciden exactamente con ello sino que lo superan: las pinturas serían la vía para captar ese mensaje de nivel superior, algo que obviamente no estaría al alcance de todo el mundo sino solo de los suficientemente instruidos.

Para sus contemporáneos, Velázquez era un excelente pintor realista: *"¿Los bodegones no se deben estimar?"*, dice Pacheco en su *Arte de la Pintura*, *"claro que sí, si son pintados como mi yerno los pinta, pues (…) halló la verdadera imitación del natural…"*. Bodegones, retratos, cuadros con escenas históricas, mitológicas o religiosas, todas estas pinturas representarían el mundo tal cual es o tal y como se imagina el artista que pudo haber sido, a la manera de una fotografía real o imaginaria. Esta ha sido asimismo la interpretación tradicional de *Las Meninas*, como una instantánea de la vida cotidiana en el interior del Alcázar, una pintura extraordinaria en la que Velázquez ha conseguido congelar en el tiempo un momento intranscendente. La calidad de su técnica, lo inusual del tema, la naturalidad de los personajes, todo contribuye a convertir *Las Meninas* en una obra maestra. Colocada en el lugar adecuado, la pintura podría confundirse con la realidad: *¿Dónde está el cuadro?* es el famoso comentario de Théophile Gautier al contemplarlo en 1882, que resume concisamente la interpretación realista.

Un pintor que representa con exactitud la realidad puede ser un gran artista, pero no necesariamente es un pintor culto. Ahora bien, en 1925 se publicó un artículo fundamental que acabó para siempre con el mito de un Velázquez genial pero inculto, y creó la imagen actual de un pintor erudito versado tanto en ciencias como en humanidades, al tanto de las novedades intelectuales de su tiempo. El artículo, escrito por Francisco Javier Sánchez Cantón y titulado *La librería de Velázquez*, analizaba los libros que se inventariaron a la muerte del pintor. Se descubrió entonces que este poseía un total de 156 libros acerca de un gran número de temas, entre los que destacan especialmente tratados muy técnicos sobre Geometría, Perspectiva, Aritmética, Algebra, Astronomía, Cartografía, Navegación, Arquitectura y otras materias afines. Parece sin duda la biblioteca de un científico, y más en concreto de un matemático. En su reciente biografía de Velázquez, Bartolomé Bennassar subraya la diferencia entre su biblioteca y la de Vicente Carducho, también pintor del rey: este último poseía más libros en total (216), sobre todo de literatura y religión, pero menos libros de matemáticas. Parece que tanto Carducho como Velázquez eran personas cultas, pero con especializaciones diferentes. Un ejemplo concreto resulta muy revelador: mientras que Carducho no tenía ningún ejemplar de Euclides, Velázquez tenía tres, entre ellos los *Elementos*.

La imagen de Velázquez que surge de lo que Jonathan Brown ha denominado “la Revolución de 1925” es la de un pintor culto, que conoce la mitología, la literatura, la historia, pero sobre todo la de un pintor con grandes conocimientos de matemáticas, tanto puras como aplicadas (en nuestra terminología actual). Esta revolución no podía dejar de afectar a la interpretación de sus pinturas. Los partidarios de la interpretación realista se apoyaron en la Geometría, la Perspectiva y la Óptica para defender sus puntos de vista, empleando técnicas cada vez más sofisticadas. Así, por ejemplo, la habitación en la que se pintó el cuadro, identificada desde antiguo como el “Cuarto Bajo del Príncipe” (Baltasar Carlos) en el desaparecido Alcázar de los Austrias, ha sido cartografiada, medida y comparada con la que figura en los antiguos planos del edificio. En particular, los estudios sobre la perspectiva del cuadro han sido especialmente abundantes. Una opinión habitual establece la posición del punto de fuga en la puerta iluminada del fondo, cerca del brazo extendido de José Nieto (véase el diagrama a continuación, debido a Snyder y Cohen (1980)). De acuerdo con esta reconstrucción, el espejo no reflejaría la imagen real de los reyes sino su imagen pintada en el lienzo. Pero no hay unanimidad entre los estudiosos acerca de lo que Velázquez está pintando: ¿los reyes? ¿la infanta? ¿el propio cuadro de Las Meninas?… incluso se ha defendido que no está pintando nada en absoluto, que el lienzo está en blanco, o que no es un lienzo sino una pantalla de proyección. Tampoco hay unanimidad sobre lo que refleja el espejo: ¿la imagen real de los reyes, que estarían físicamente presentes en la habitación, o su imagen pintada (o reflejada) en el lienzo?

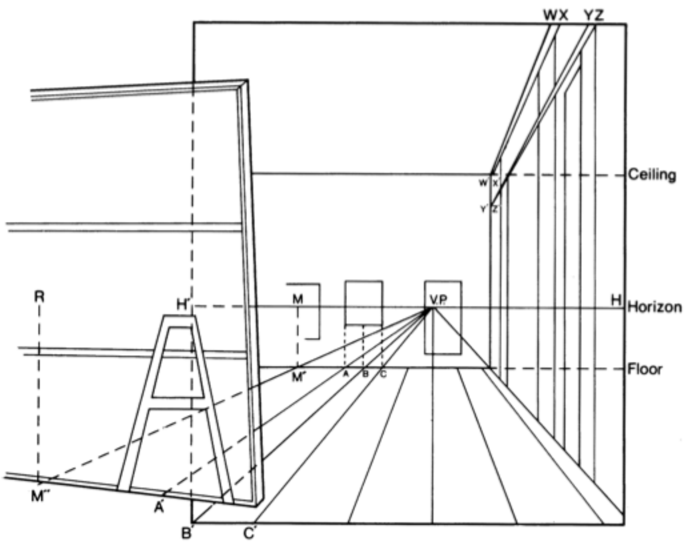


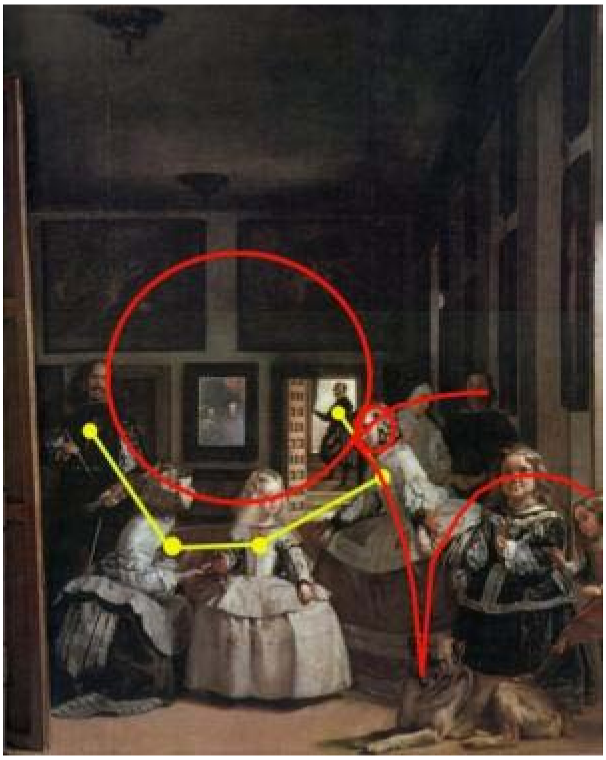
FIG. 2.

Perspectiva de Las Meninas (Snyder & Cohen, 1980)

Los partidarios más acérrimos de la interpretación realista exigen que el pintor esté pintando lo que ve, lo que suscita la evidente cuestión de explicar cómo es posible que pueda verse a sí mismo pintando como uno más de los personajes del cuadro. La respuesta a la paradoja ha requerido postular el uso de espejos, lo que ha incrementado notablemente la complejidad de los diagramas que pretenden explicar el truco de ilusionismo. Hasta siete espejos se han llegado a postular, que junto con el empleo de cámaras oscuras y artefactos similares, nos llevarían a pensar que Velázquez era mucho más que un erudito, que era un auténtico mago de la perspectiva y de la óptica. Tal vez lo fuera. Pero también es posible que la hipótesis de partida esté equivocada y que, al menos en el caso de *Las Meninas*, Velázquez incluyera en el cuadro figuras pintadas desde perspectivas diferentes. Parece difícil que alguna vez se alcance un consenso definitivo sobre estas cuestiones.

En cualquier caso, las discusiones sobre las reconstrucciones posibles de la geometría y perspectiva del cuadro, asociadas a la figura del Velázquez geómetra, nos hacen perder de vista al Velázquez pintor, maestro del color, que consigue la sensación de profundidad difuminando los contornos de las figuras, atenuando sus colores y jugando con las luces y las sombras. Gran parte de la magia del cuadro se debe a la extraordinaria combinación de esta *perspectiva aérea* o *atmosférica* con la puramente geométrica.

Por otra parte, la Revolución de 1925 no afectó solamente a la interpretación realista, sino que precisamente está en el origen de lo que anteriormente hemos denominado la *corriente simbólica*: un pintor tan erudito difícilmente podría limitarse a reproducir fielmente la realidad en sus cuadros, por muy bien que realice esa tarea. En ellos debe haber además mensajes ocultos, algunos de los cuales pueden estar codificados en términos matemáticos. La Geometría del cuadro puede estar ocultando un mensaje, proporcionando una información, sugiriendo un ideal. Los estudiosos han sugerido diferentes mensajes geométricos codificados en Las Meninas. Por ejemplo, Ángel del Campo y Francés (1978) imagina una circunferencia inscrita en las cabezas de los personajes principales y que rodea a las imágenes de los reyes en el espejo, convirtiéndolos así en el "centro del orbe"; defiende asimismo la existencia de una constelación astronómica, la "Corona Borealis", cuya estrella más brillante ("La Perla", o "Margarita Coronae") sería precisamente la infanta Margarita; y adivina un lazo que reproduce el signo zodiacal de Capricornio, que era el de la reina Mariana.



Circunferencia, Lazo y Constelación en Las Meninas

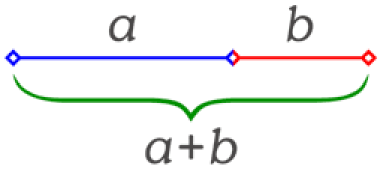
Pero las figuras geométricas que más a menudo se han postulado en el cuadro son rectángulos, triángulos y espirales construidos a partir de la denominada *Divina Proporción* (también conocida como *Proporción Áurea*, *Número Áureo* o *Número Divino*). Antes de describirlas, recordaremos brevemente qué es dicha proporción y cuáles son sus propiedades, que la hacen merecedora de tales adjetivos.

2. La Divina Proporción.

En el Museo de Capodimonte, en Nápoles, se puede ver el retrato de Luca Pacioli por Jacopo de Barbari, pintado en torno al 1500. Fray Luca Pacioli fue un monje matemático italiano considerado el padre de la Contabilidad, por haber inventado, o al menos sistematizado y popularizado, el sistema contable de partida doble que distingue entre activos y pasivos y que está en la base de la contabilidad moderna. Los actuales estudiantes de Administración de Empresas son herederos intelectuales de este monje, probablemente sin saberlo. En el cuadro, Pacioli aparece dando una lección de geometría a un alumno, mientras copia un diagrama de los Elementos de Euclides, rodeado de sólidos geométricos y otros objetos. Es un cuadro enigmático, lleno de símbolos cuya interpretación sigue generando polémica.

Retrato de Fray Luca Pacioli, por Jacopo de Barbari

Hoy en día, Pacioli es recordado sobre todo por haber escrito un tratado sobre las propiedades de un número concreto, al que bautizó como *De Divina Proportione*. Este número, actualmente denotado con la letra griega φ (Phi), es un número irracional ya conocido por los griegos, y tiene unas curiosas y sorprendentes propiedades matemáticas. Euclides lo define en términos geométricos, a partir de la división de un segmento en "*media y extrema razón*". La definición de Euclides es la siguiente: "*se dice que un segmento está dividido en media y extrema razón cuando el segmento total es a la parte mayor como la parte mayor es a la menor".*



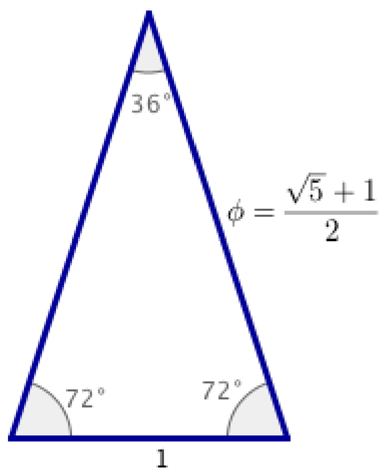
$$\frac{a+b}{a}=\frac{a}{b}=\varphi$$

Para Euclides, lo anterior no es más que una definición matemática, y el número resultante ($\varphi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$, un irracional cuyas primeras cifras decimales son 1,61803398…) no parece tener especiales connotaciones místicas o estéticas. Estas connotaciones, sin embargo, sí que pudieron existir para otros matemáticos griegos, como los pertenecientes a escuelas pitagóricas o neoplatónicas. En cualquier caso, estas connotaciones sí que están presentes explícitamente en el libro de Pacioli, a las que denomina "correspondencias". Por ejemplo, el hecho de que la Proporción se construya a partir de tres longitudes (el segmento total, la parte mayor y la parte menor) se asocia o se corresponde con la Divina Trinidad: "*así como in divinis hay una misma sustancia entre tres personas – Padre, Hijo y Espíritu Santo -, de igual modo una misma proporción se encontrará siempre entre tres términos, y nunca de más o de menos*"; pero, por otro lado, la Proporción está definida por un solo número, lo que se corresponde con la Unicidad de Dios: "*ella es una sola, y no más, y no es posible asignarle otras especies ni diferencias. Y dicha unidad es el supremo epíteto de Dios mismo*"; Asimismo, el hecho de que los dodecaedros tengan propiedades matemáticas estrechamente relacionadas con el Número Áureo demuestra la importancia de este último para la creación del Cosmos (ya que en la cosmología platónica y neoplatónica, el Quinto Elemento o Quintaesencia está asociada a los dodecaedros): "*así como Dios confiere el Ser a la virtud celestial, por otro nombre llamada quinta esencia, y mediante ella a los otros cuerpos simples – es decir, a los cuatro elementos, tierra, agua, aire y fuego – y a través de estos da el ser a cada una de las otras cosas de la naturaleza, de igual modo nuestra santa proporción confiere el ser formal, según el antiguo Platón en su Timeo, al cielo mismo, atribuyéndole la figura del cuerpo llamado dodecaedro o, dicho de otro modo, cuerpo de doce pentágonos, el cual … no puede formarse sin nuestra proporción*"; Pacioli continúa argumentando que los demás sólidos regulares platónicos también dependen en última instancia de la Divina Proporción, y que "*mediante estos, nuestra proporción da forma a otros infinitos cuerpos llamados dependientes*". De esta forma, la Divina Proporción estaría imbricada en la estructura del Universo. Y todavía existen dos correspondencias adicionales, que comentamos a continuación.

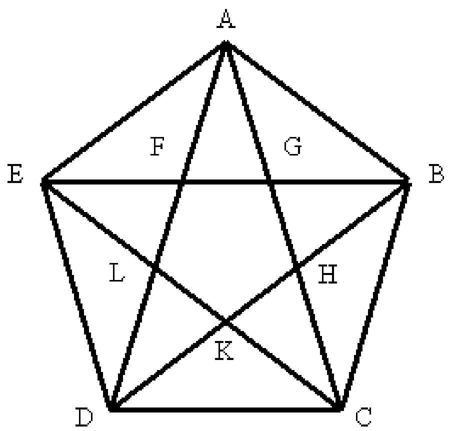
Podríamos decir que Pacioli nos ha legado una extraña mezcla de conceptos modernos (la Contabilidad) y antiguos (el misticismo de la Divina Proporción). Esto es algo bastante habitual en los sabios del Renacimiento. Lo realmente curioso es que el misticismo del Número Áureo esté todavía vigente hoy en día. Quizás se deba a que este número tiene propiedades matemáticas sorprendentes, y que aparece en los contextos más insospechados, como las espirales de los girasoles y las galaxias, o la cría de conejos (que está en el origen de la famosa Sucesión de Fibonacci, la cual a su vez está muy relacionada con Phi). Muchas de estas propiedades, en última instancia, tienen que ver con su extraordinaria capacidad de generar estructuras "*fractales*" auto-referentes o auto-similares, es decir, similares a sí mismas a cualquier escala. Estas propiedades de Phi pueden ser tanto aritméticas como geométricas. Como ejemplo de las primeras, podemos citar la siguiente expresión de Phi como fracción infinita, en la que cualquier "sub-fracción" infinita que formemos a partir una dada tiene la misma forma que la fracción original:

$$\varphi = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \ldots}}}}$$

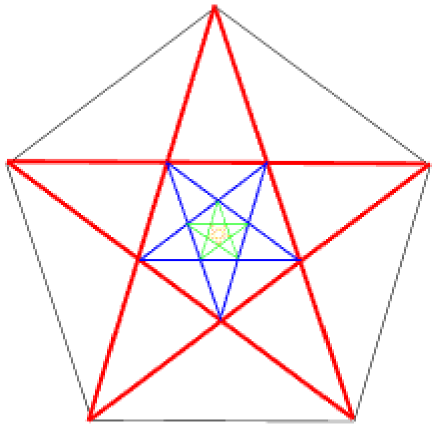
Geométricamente, el número Phi tiene importantes relaciones con figuras planas como los triángulos, rectángulos y pentágonos, y también con sólidos tridimensionales como los sólidos platónicos (lo que ya hemos visto que está en el origen de una de las "correspondencias" de Pacioli). Veamos algunas propiedades sorprendentes. Un triángulo isósceles se denomina Áureo si sus caras están en proporción áurea:



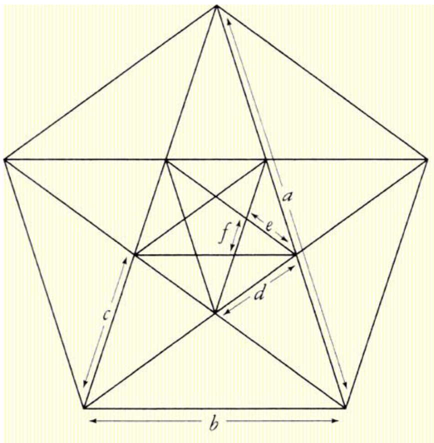
Se puede demostrar que todo pentágono regular tiene asociados cinco triángulos áureos, uno por cada cara, que aparecen al trazar las diagonales: por ejemplo, en la figura siguiente, ADC sería uno de tales triángulos. A su vez, en el interior del pentágono podemos ver un pentagrama o estrella de cinco puntas AGBHCKDLEFA, de resonancias esotéricas. E inscrito en el pentagrama aparece un pentágono más pequeño, FGHKL.



La sucesión “pentágono – pentagrama – pentágono más pequeño” puede continuar indefinidamente, como muestra la siguiente figura:

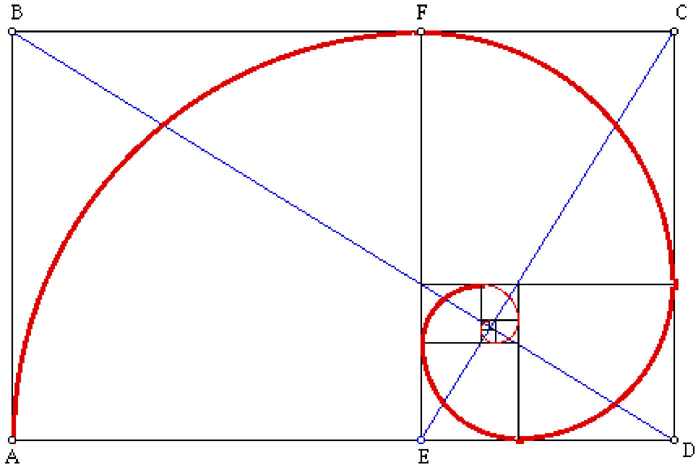


Y por tanto el pentágono proporciona un primer ejemplo de estructura fractal que se repite idéntica a sí misma a cualquier escala. Además, se puede demostrar que la proporción Phi se mantiene como cociente de lados cada vez más pequeños (en la siguiente figura: a, b, c, d, etc.). Es decir, Phi = (a/b) = (b/c) = (c/d) = (d/e) = … , y así indefinidamente, lo que prueba que es imposible que a y b tengan una medida común (es decir, un divisor común), y por tanto que son *inconmensurables*. En otros términos, este razonamiento prueba que Phi debe ser un número irracional. Precisamente en esta propiedad se basa otro de los argumentos místicos o correspondencias de Pacioli: "*Así como Dios no se puede propiamente definir ni puede darse a entender a nosotros mediante palabras, nuestra proporción no puede nunca determinarse con un número inteligible*".



En los rectángulos áureos, cuyos lados están en proporción áurea, también aparecen propiedades semejantes: si en la siguiente figura eliminamos un cuadrado (ABFE) de un rectángulo áureo (ABCD), nos quedamos con un rectángulo más pequeño (FCDE) que también es áureo;

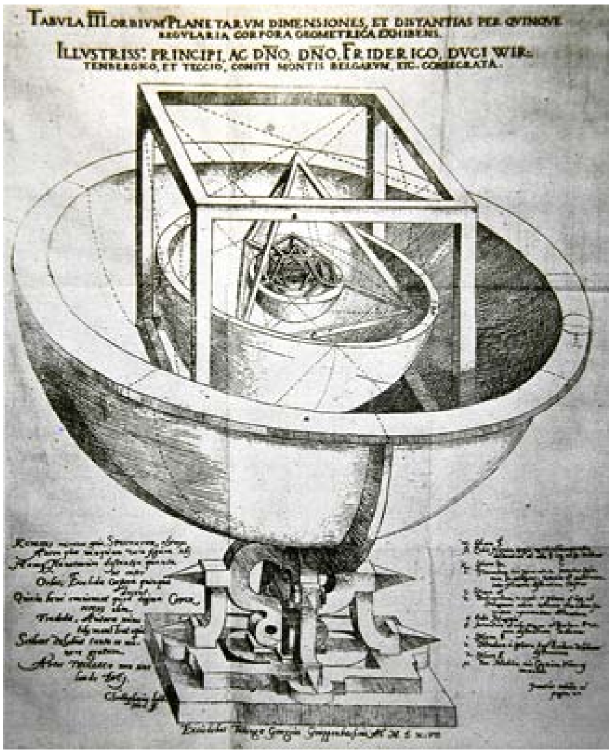
y en la sucesión infinita de rectángulos y cuadrados así formada se puede inscribir una curva denominada “*espiral logarítmica*”, que converge a un punto denominado “*el Ojo de Dios*”. Este punto coincide con la intersección de dos diagonales de cualesquiera rectángulos áureos sucesivos (por ejemplo, BD y CE):



De nuevo encontramos aquí la auto-similitud, tanto en la sucesión “rectángulo – cuadrado – rectángulo más pequeño” como en la espiral logarítmica (“*Spira Mirabilis*”), cuyo aspecto es idéntico tanto si la miramos de cerca como de lejos: “*eadem mutata resurgo*”, es decir, “aunque me cambien sigo siendo la misma”, fue el lema escogido por el matemático Jacques Bernouilli para la representación de la espiral logarítmica que quería que figurase en su propia tumba; lamentablemente, lo que el escultor esculpió fue una espiral diferente (la de Arquímedes), como se puede ver en la siguiente fotografía:

Representación de una espiral de Arquímedes en la tumba de J. Bernouilli en la catedral de Basilea

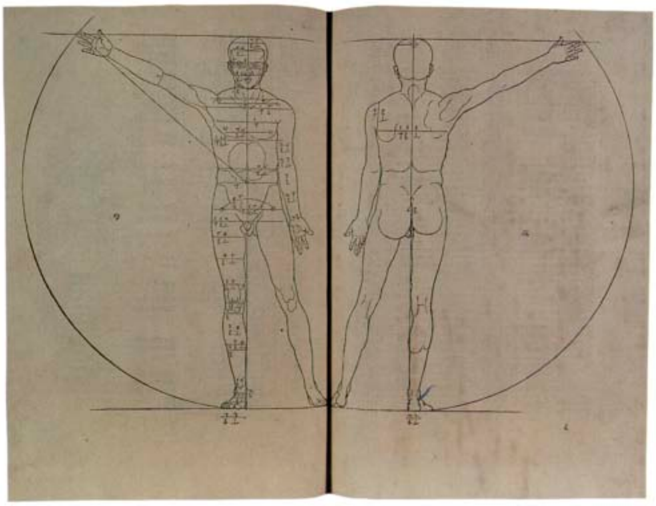
La autosimilitud es una de las propiedades más extraordinarias asociadas con la Proporción Divina, y no resulta sorprendente que también fuera incorporada por Pacioli en su argumentación: "*así como Dios nunca puede cambiar y está todo Él en todo y todo en todas partes, de igual modo nuestra proporción es siempre, en toda cantidad continua y discreta, grande o pequeña, la misma y siempre invariable, y de ninguna manera puede cambiar*". Además de Pacioli y del ya citado Bernouilli, otros matemáticos de primera fila han quedado fascinados por esta propiedad, como Johannes Kepler, quien escribió que creía "*que esta proporción geométrica sirvió de idea al Creador cuando introdujo la creación de una apariencia a partir de otra apariencia, que también continúa indefinidamente*". La Divina Proporción era, además, un ingrediente esencial del primer modelo del Cosmos construido por Kepler mediante sólidos platónicos encajados unos dentro de otros, un modelo cosmológico que se ilustra en el siguiente grabado:



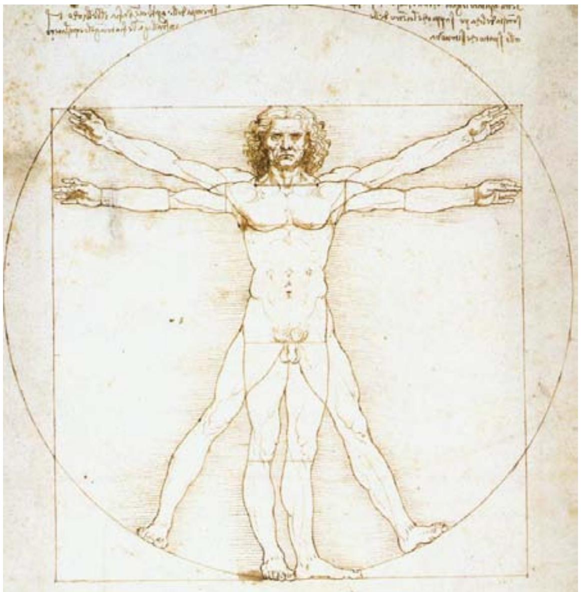
El primer modelo del Cosmos de Kepler

Pero además de considerarla como un componente esencial del diseño matemático del Universo, a la Divina Proporción se la ha relacionado con la Belleza, con mayúsculas: las proporciones de las cosas bellas deberían coincidir con la Proporción Divina. De hecho, su nombre actual, Phi, es una abreviatura de Fidias, y pretende poner de relieve su conexión con las bellas obras esculpidas por este genio. Esta creencia es natural para un platónico o neoplatónico, para quienes la Forma Divina coincide con la Forma de la Belleza. Y enlaza directamente con la visión pitagórica de un universo ordenado mediante leyes matemáticas que garantizan la armonía de todos sus elementos. La concepción pitagórica de la Belleza como proporción y armonía numéricas se originó en principio en la Música, para pasar posteriormente a artes visuales como la Arquitectura, la Escultura y la Pintura. Para Pacioli, Música y Pintura se encuentran al mismo nivel, ya que crean la belleza mediante el mismo mecanismo: "*Si dicen que la música contenta al oído, uno de los sentidos naturales, no es menos cierto que la perspectiva contenta a la vista, tanto más digna cuanto que es la primera puerta del intelecto. Si dicen que aquella se remite al número sonoro y a la medida del tiempo de sus prolaciones, ésta, por su parte, se refiere al número natural según todas sus definiciones y a la medida de la línea visual*".

Si bien la idea de la Belleza como proporción se ha utilizado en todo tipo de creaciones artísticas, quizás sea en la representación de la figura humana donde la encontramos con más frecuencia. Dos ejemplos famosos debidos a Alberto Durero y Leonardo da Vinci, contemporáneos de Pacioli, son los dibujos de proporciones de cuerpos humanos que mostramos a continuación:

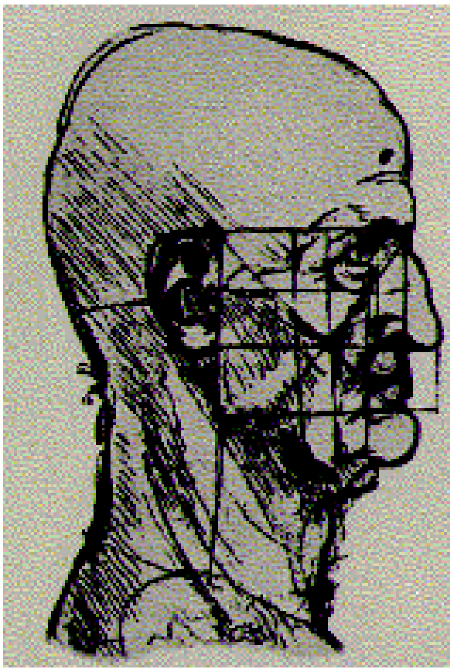


Proporciones numéricas de la figura humana, según Durero



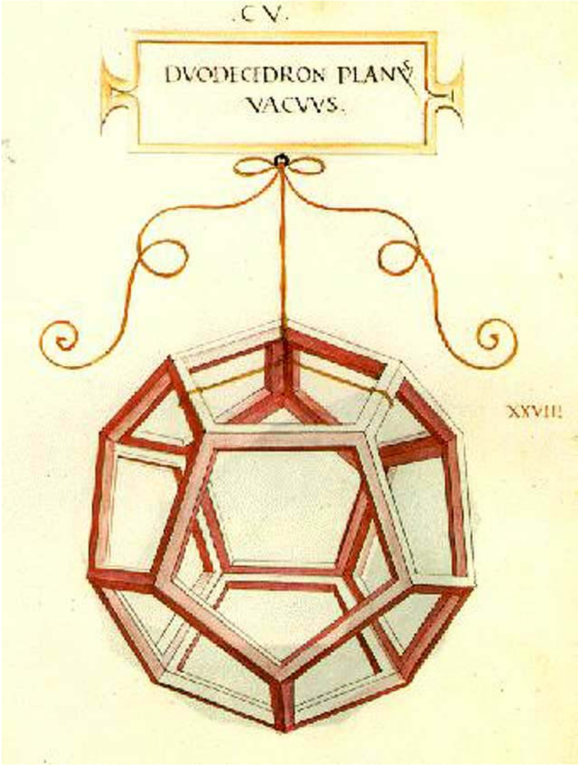
El Hombre de Vitruvio, de Leonardo

Muchos opinan que el dibujo de Leonardo está basado en la Proporción Divina, lo cual probablemente no es cierto: las proporciones del Hombre de Vitruvio son las establecidas por el arquitecto romano Marco Vitruvio, las cuales vienen definidas en su totalidad mediante números enteros y sus cocientes (números racionales). El caso de Leonardo es particularmente interesante. Leonardo se interesó siempre por las proporciones matemáticas de sus figuras, como demuestran los numerosos dibujos en los que aparecen superpuestos diseños geométricos:



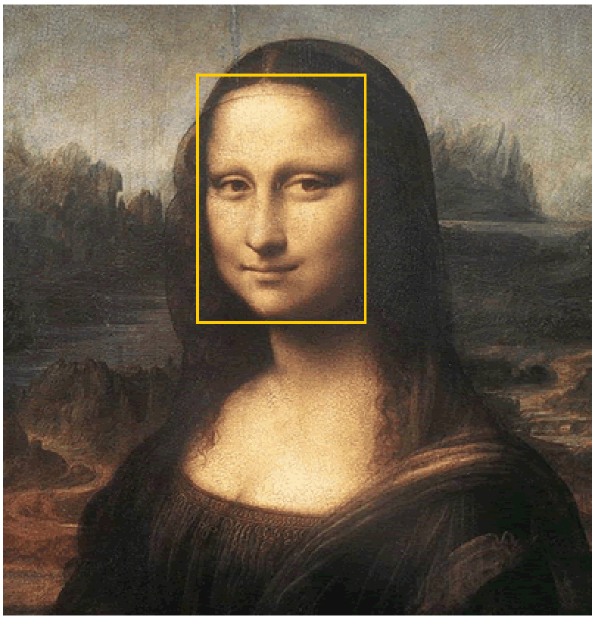
Cabeza de Hombre Viejo, de Leonardo

Leonardo conoció con seguridad las propiedades y correspondencias de la Divina Proporción, ya que fue amigo personal de Luca Pacioli, e incluso fue el dibujante de las figuras que ilustran su tratado *De Divina Proportione*, como el dodecaedro que reproducimos a continuación.



Dodecaedro de Leonardo

Además, en numerosas obras de Leonardo es posible inscribir figuras geométricas relacionadas con la Proporción Divina. Puede servir de ejemplo la cabeza de la Gioconda, que encaja con gran precisión en un rectángulo áureo.



La Gioconda de Leonardo

A pesar de todo lo anterior, no ha llegado hasta nosotros ni un solo comentario de Leonardo relativo a la Proporción Divina, lo que es sorprendente si tenemos en cuenta su propensión a escribir en sus cuadernos cualquier pensamiento que se le pasara por la cabeza. Simplemente, Leonardo nunca mencionó dicha Proporción en ninguno de sus escritos. Tampoco lo hicieron los demás pintores contemporáneos (con la excepción de Durero) o posteriores. En las *Vidas* de Vasari no se la menciona ni una sola vez. La Proporción Divina simplemente desaparece de los documentos escritos por pintores, hasta su resurrección a finales del siglo XIX. Solo los matemáticos continuaron interesándose, y mucho, por estudiar sus propiedades (recordemos el caso de J. Bernouilli comentado anteriormente). Esto no quiere decir, por supuesto, que los pintores no utilizaran esta proporción en sus pinturas: muchos pintores importantes tienen obras en las que se pueden detectar construcciones geométricas que parecen estar relacionadas con el Número Áureo, tal y como acabamos de comprobar en el caso de La Gioconda. Pero ninguno se refirió explícitamente a ello en cartas, tratados o escritos de ningún tipo. ¿Cuál puede ser la razón de este misterio?

Georges Bouleau (1996) ha argumentado que el tratado de Pacioli representa el comienzo del fin de la influencia de la Proporción Divina en el arte, al haber divulgado entre el público profano sus maravillosas propiedades y connotaciones místicas. Leonardo no la habría utilizado demasiado a menudo porque no la encontró suficientemente atractiva, al identificarla fundamentalmente con la tradición: "*Para Leonardo no era una noción nueva, apasionante, con la que saciar su gran hambre de saber, su genial imaginación creadora*" (pg. 76). Por otro lado, Marco Livio (2006, pg. 182) ha criticado la posición de Bouleau al no hallar evidencias concluyentes de su uso antes del tratado de Pacioli, al igual que no las hay de su uso posterior.

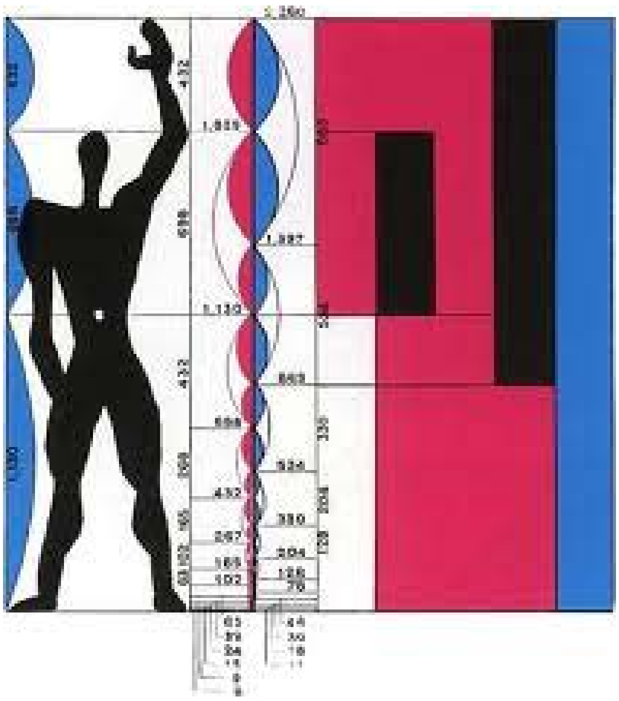
En la Introducción a la edición española del libro de Pacioli, Antonio González defiende que "*el carácter inconmensurable de la Divina Proporción fue la causa de su restringida aplicación real en la arquitectura y la pintura del Renacimiento (…) El atractivo de la Divina Proporción era* *de otra especie. Sus propiedades constituyeron una fuente de ebriedad intelectual, más que de satisfacción puramente visual*". Es decir, el hecho de que Phi sea un número irracional con infinitos decimales puede proporcionar un extraordinario gozo místico al compararlo con la infinitud divina, pero es una extraordinaria complicación a la hora de representarlo en un edificio o en un lienzo: en la práctica es difícil diferenciar entre el irracional Phi (= 1,61803398…) y el racional 8/5 (= 1,6). Incluso a veces es fácil detectar la proporción 8:5, como en El Calvario de Van der Weyden, en cuyo panel vertical detrás de la cruz se pueden contar claramente 8 rectángulos en vertical y 5 en horizontal. Sin embargo, es mucho más difícil afirmar con seguridad que una determinada figura se basa en un número irracional como Phi.

El Calvario, de Van der Weyden

Marguerite Neveux (1995) apunta una tercera razón posible: que la ausencia de aplicaciones artísticas de la Divina Proporción posteriores al tratado de Pacioli se debe a que este tratado no se ocupa del arte en absoluto: "*Le De Divina Proportione ne propose pas d'application aux arts. Il n'est aucunement un ouvrage d'esthetique. La divine proportion évoque Dieu, non le beau. Et la contribution de l'illustre Léonard s'est limitée à la* *presentation, sous forme de dessins, des soixante polyèdres*" (pg.21). Esta es una idea interesante, ya que efectivamente en ningún momento de su libro Pacioli afirma explícitamente que la Divina Proporción suministre un cánon estético. Quizás estemos intentando resolver un problema inexistente.

En cualquier caso, después de desaparecer de la escena durante varios siglos, la Divina Proporción resucitó a finales del siglo XIX asociada a los nuevos movimientos artísticos de la época, y con un nombre nuevo, el de Razón, Proporción o Sección Áurea. Esta vez, bastantes artistas utilizaron la Proporción en sus obras y hablaron y escribieron al respecto, llegando a organizar en 1912 en París una exposición titulada *Section d'Or*.

El siglo XX se puede considerar sin lugar a dudas como el siglo de la Sección Áurea, durante el cual florecieron tanto sus aplicaciones artísticas como la literatura al respecto. El escritor rumano Matila Ghyka publicó en 1927 y 1931 dos libros muy influyentes titulados *Estética de las proporciones en la naturaleza y el arte* y *El Número Áureo: ritos y ritmos pitagóricos en el desarrollo de la civilización occidental*, respectivamente, que contribuyeron decisivamente a la expansión de la mitología mística que a menudo acompaña a las explicaciones matemáticas de estos conceptos. Podríamos decir sin temor a exagerar que Ghyka retomó el tema donde lo dejó Pacioli, y que la imagen actual del Número de Oro debe mucho más al primero que al segundo. En cualquier caso, durante este periodo se han subrayado sobre todo sus relaciones con el arte y la belleza. A modo de ejemplo, incluimos a continuación dos famosas aplicaciones del Número Áureo al arte de la segunda mitad del siglo XX. La primera es el *Modulor* (Module d'or) de Le Corbusier, una representación de la figura humana con proporciones calculadas a partir de la Sección Áurea y que no parece tener mucho que ver con el hombre vitruviano. La segunda es *La Última Cena* de Dalí, quien fue amigo de Ghyka y que expresó inequívocamente su deuda con el Número Áureo sumergiendo toda la escena en el interior de un dodecaedro.



El Modulor de Le Corbusier

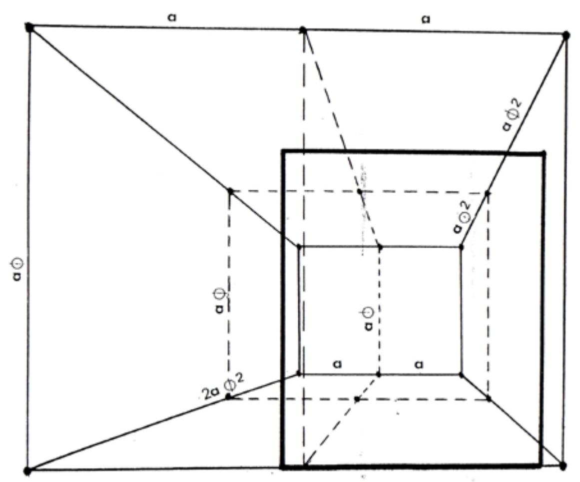
La Última Cena de Dalí

Los arquitectos, pintores y escultores del siglo XX que han utilizado el Número Áureo normalmente han dado explicaciones sobre el diseño de sus obras, por lo que no cabe discutir acerca de la importancia de esta proporción en el arte contemporáneo. Es posible que esta influencia de la Divina Proporción en el diseño de las obras de arte existiera también en el pasado. El problema es que no tenemos testimonio alguno que lo pruebe, salvo las propias obras de arte. Retornemos en este punto a Velázquez. Como sabemos, este no dejó ningún testimonio escrito del uso de la Divina Proporción, pero sin duda debió de conocer el concepto y es posible que lo usara. ¿Es posible reconocer la Divina Proporción en alguna de sus obras? Pensemos en su obra más conocida, Las Meninas. ¿Aparece Phi en Las Meninas?

3. La Proporción Áurea en Las Meninas.

Como sabemos, la "Revolución" provocada por la publicación de la biblioteca de Velázquez tuvo lugar en 1925. Asimismo sabemos que los influyentes libros de Matila Ghyka sobre el misticismo de la Razón Áurea aparecieron en 1927 y 1931. No es de extrañar entonces que muy pocos años después, en 1935, el crítico de arte Michael Alpatoff publicara un artículo en la Revista de Occidente sugiriendo varias interpretaciones "simbólicas" de Las Meninas y el uso continuado de la Proporción Áurea en el diseño del cuadro. Para Alpatoff, "*hay algo más en Las Meninas que un simple retrato-grupo*". De hecho, hay muchas cosas más, y algunas de ellas tienen que ver con "*las formas geométricas, que de ningún modo asustan a Velázquez. (…) Cuadrados y rectángulos se armonizan a imagen de los números pitagóricos (…) El cuadro nos transporta al reinado de la lógica fácilmente mensurable, al mundo de las formas geométricas del número áureo*". Y prosigue con un análisis más detallado: "*todo el lienzo se divide en dos partes iguales, separadas una de otra por el estrecho panel que pasa bajo los dos grandes cuadros y la puerta. La parte inferior del cuadro está ocupada por los personajes. La parte superior queda libre, bañada de aire, ligera (…) ocurre que cada una de las dos mitades del lienzo se subdivide en dos partes cuyas líneas de limitación son el techo arriba y el suelo abajo; estas dos partes se ajustan con bastante exactitud a las reglas del número áureo*". Resulta curioso que Alpatoff no base sus afirmaciones en mediciones rigurosas, sino en un sentido de la armonía y el equilibrio que él parece identificar apriorísticamente con la proporción áurea: "*Bien es verdad que para probarlo sería necesario recurrir a mediciones, procedimiento al cual no puede obligarse al espectador. Pero puede afirmarse, no obstante, que cuantos abarcan el cuadro con ojos no prevenidos se admiran de la armonía perfecta de sus proporciones, sin* *que, a pesar de todo, se den cuenta de la causa. Únicamente si se probase, recubriéndola, a suprimir una banda estrecha de la parte superior del lienzo (…) quedaría evidente la importancia de todas aquellas proporciones. La distribución de personajes sería la misma, pero la ligereza armoniosa del cuadro no existiría ya*” (pg. 66).

El razonamiento de Alpatoff parece ser, por tanto, que puesto que la composición es armoniosa y equilibrada, debe estar diseñada a partir de la Proporción Áurea. Esta Proporción se convierte así en una suerte de condición necesaria de la armonía y el equilibrio, algo con lo que estaría de acuerdo Matila Ghyka pero que hoy día podría no resultar tan convincente como entonces. Otros investigadores posteriores han procedido con un método más científico, partiendo de cuidadosas mediciones, o al menos todo lo cuidadosas que puedan ser en el contexto que nos ocupa. Cabe destacar, en este sentido, los análisis del ingeniero de caminos y también pintor Ángel del Campo y Francés (1978), para quien la habitación entera de Las Meninas tal y como aparece en el cuadro está diseñada a partir de múltiplos y potencias de Phi (véase el diagrama adjunto).

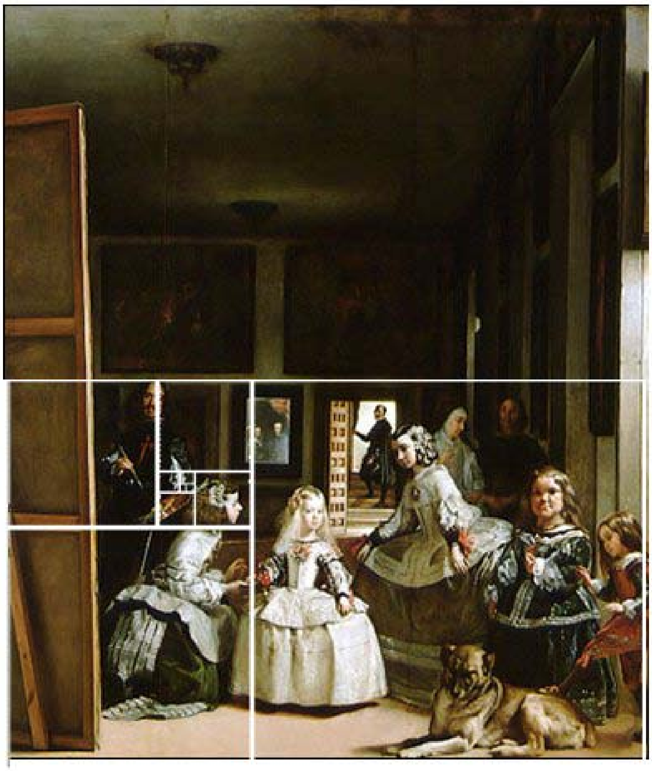


Ángel del Campo y Francés no solo defendió que sus estimaciones eran las medidas correctas de la habitación tal y como aparece en el cuadro, sino también que eran las medidas reales de dicha habitación (el “Cuarto Bajo del Príncipe”). El Número Áureo estaría así representado en la propia arquitectura del Alcázar, y sería precisamente Velázquez quien habría planificado conscientemente dicho diseño cuando dirigió las tareas de renovación de una parte del viejo Alcázar para convertirlo en un palacio de estilo italiano. Ángel del Campo promovió por tanto una interpretación a la vez realista y simbólica de las medidas de Las Meninas, que no tuvo repercusiones en las investigaciones posteriores.

Más recientemente se han publicado algunos artículos que defienden otros tipos de relaciones entre el Número Áureo y los cuadros de Velázquez en general, y Las Meninas en particular. Podemos distinguir tres tipos de relaciones diferentes, que comentamos brevemente a continuación.

1. La utilización de Phi para crear una malla o retícula geométrica que guíe la composición del cuadro. En lugar de dividir el lienzo en, digamos, subconjuntos de igual tamaño, se puede hacer la división a partir de la sección áurea y obtener subconjuntos de tamaños diferentes. La repetición de esta operación permite generar tramas mucho más complejas y elegantes que las obtenidas por métodos más simples. Cachafeiro y Del Valle (2009) defienden que algunos cuadros de Velázquez (Inocencio X, por ejemplo) están diseñados en base a tramas de este tipo (o incluso más complejas, en las que hay también líneas oblicuas).

2. La inclusión en el cuadro de algunas de las figuras geométricas asociadas con la Proporción Áurea (rectángulos o triángulos áureos, espirales, pentágonos…). Por ejemplo, en esta línea de razonamiento, Rafael Pérez (2008) defiende la división de Las Meninas en rectángulos áureos que se muestra a continuación, y que gobierna la distribución de la luz que entra por las ventanas de la derecha hasta llegar al “Ojo de Dios”, que sería la paleta del propio pintor.



Rectángulos áureos y Ojo de Dios en Las Meninas

Resulta interesante mencionar que también se han encontrado posibles diagramas geométricos relacionados con la Proporción Áurea en algunas pinturas del maestro y suegro de Velázquez, Francisco Pacheco (véase Augé (1999)).

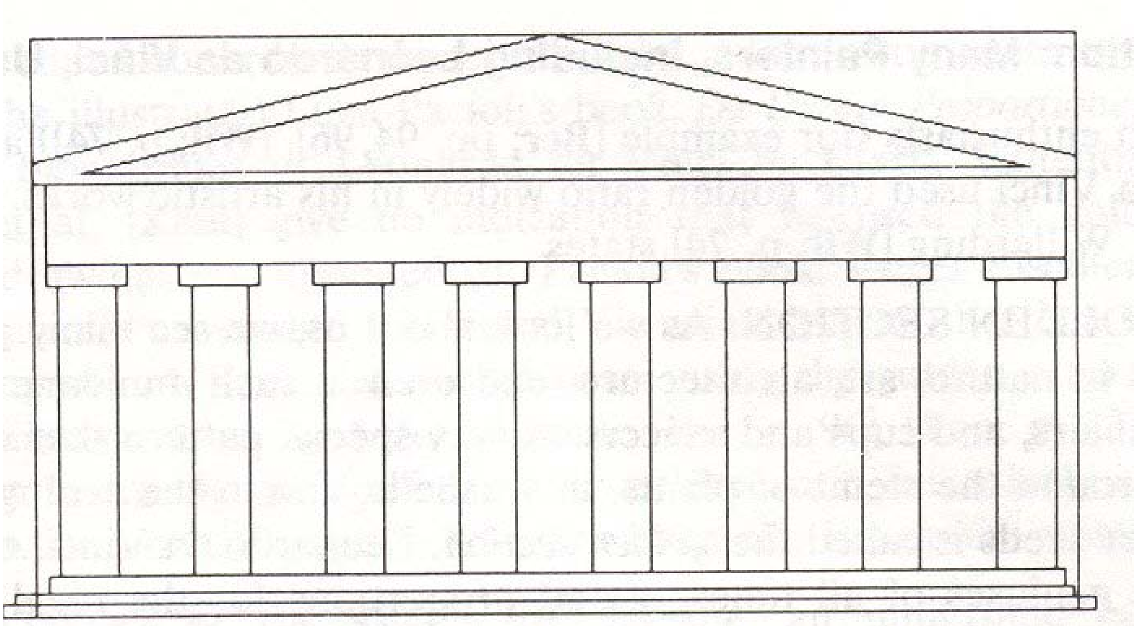
Sabemos que Diego Velázquez era un pintor culto, en cuya biblioteca podemos encontrar tratados de Geometría como los Elementos de Euclides y otras obras posteriores (aunque no la de Pacioli), que demuestran que debía estar al tanto de la existencia de la Divina Proporción y también, quizás, de sus propiedades geométrico-místicas. Pero de ahí no se deduce que sus cuadros tengan un diseño tan elaborado como el que se propone en los puntos anteriores. En los diagramas geométricos superpuestos a Las Meninas, las figuras están trazadas de tal manera que parecen ajustarse al cuadro, pero su trazado se podría modificar manteniendo el ajuste aparente y de forma que se pierda su conexión con el Número Áureo. Estos diagramas por sí solos no bastan para convencer del “diseño áureo” de Las Meninas a un escéptico. Este podría ver en ellos otro ejemplo de “numerología”, la tendencia a ver un orden matemático donde no lo hay.

Así pues, en muchos diagramas, las figuras geométricas se superponen al cuadro pero no figuran en él, lo cual alimenta el escepticismo acerca de las pretendidas conclusiones. Sin embargo, algunos investigadores han buscado la Razón Áurea en figuras geométricas que sí aparecen en el cuadro, lo que da lugar a la tercera vía de aproximación:

3. La detección en el cuadro de figuras geométricas relacionadas con la Proporción Áurea. Por ejemplo, en Las Meninas se representan muchos rectángulos, ¿no podrían estar los lados de algunos de ellos en Proporción Áurea? Ya hemos visto que Alpatoff señala varios candidatos, pero no se molesta en apoyar su argumentación con medidas detalladas de sus longitudes. Después de llevar a cabo tales mediciones, Cachafeiro (2010) señala otro rectángulo que también podría ser candidato a tal estatus, el rectángulo iluminado por el que entra (o sale) José Nieto. ¿Se trata realmente de un rectángulo áureo? ¿Y qué podría representar?

La puerta iluminada y el espejo de Las Meninas

El problema es que este tipo de mediciones de longitudes sobre las obras de arte a menudo son imprecisas y sus resultados pueden ser controvertidos. En el ejemplo que nos ocupa, el resultado depende de cómo definimos el rectángulo, de si incluimos o no en la cuenta la longitud del pequeño espacio iluminado que está en la base del rectángulo. Esto sucede a menudo con las figuras que se quieren asociar con la Proporción Áurea: si las definimos de una determinada manera, una sola entre otras muchas posibilidades, obtenemos el resultado deseado, que no habríamos obtenido definiéndolas de otra forma. La siguiente figura representa otro ejemplo del mismo argumento anterior. Se refiere a un rectángulo en el que está inscrita la fachada principal del Partenón, que supuestamente sería un rectángulo áureo. Pero si definimos el rectángulo de otra forma, moviendo los lados para que coincidan con las columnas exteriores, o para que incluyan los extremos de la base, entonces la propiedad buscada ya no está tan clara.

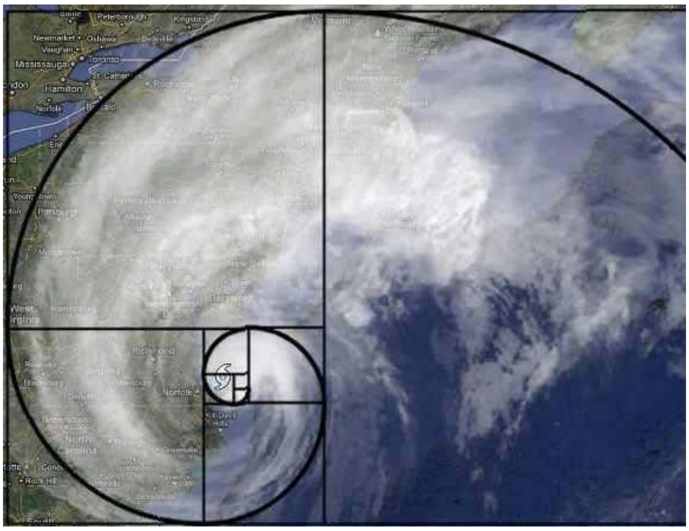


Volvamos a Velázquez y Las Meninas. Si el rectángulo iluminado es áureo, ¿qué pretendió Velázquez al elegir precisamente ese rectángulo concreto? ¿Por qué no decidió que el rectángulo áureo fuera el contiguo, que contiene las imágenes de los reyes? Cachafeiro (2010) sugiere que el rectángulo iluminado representa a la Razón, que está siendo ocultada y alterada por la inoportuna visita del aposentador de la Reina, D. José Nieto. Se trataría de una metáfora pictórica, de un mensaje oculto en el que se nos muestra a la burocracia palaciega alterando a la Razón y el Buen Orden de las cosas. Si, como defienden algunos, las relaciones entre Velázquez y José Nieto (quien también se apellidaba Velázquez de segundo apellido) no eran muy cordiales, esta interpretación podría ser verosímil. Pero también existen interpretaciones alternativas de lo que está haciendo José Nieto bajo las cuales no funciona el argumento. Por ejemplo, en su calidad de aposentador de la reina este podría estar abriendo la puerta a la pareja real y descorriendo la cortina, por lo que la luz pasaría gracias a él y no a pesar suyo. Otras interpretaciones son más imaginativas: para Ángel del Campo, José Nieto estaría orientando un espejo para proyectar la imagen de los reyes sobre el lienzo en blanco. Probablemente no saldremos nunca de dudas sobre lo que está haciendo este personaje, en ausencia de alguna indicación escrita del propio Velázquez.

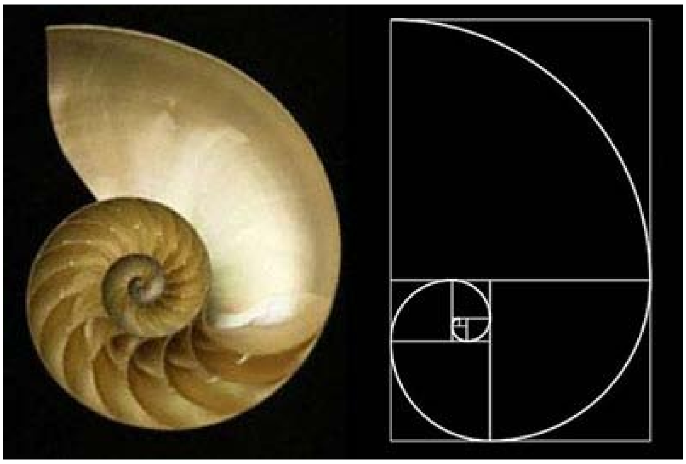
De modo que no sabemos, y probablemente nunca sabremos con certeza, si alguna (o algunas) de las anteriores interpretaciones es correcta y Velázquez pintaba con el número Áureo en mente. Lo máximo que se puede afirmar con seguridad es que en algunos cuadros de Velázquez, como por ejemplo Las Meninas, aparecen figuras geométricas, reales o hipotéticas, que podrían tener relación con el Número Áureo. De las afirmaciones que van más allá, solo podremos decir que son verosímiles.

4. Las Meninas en una clase de Matemáticas.

De todo lo anteriormente expuesto se deduce que, aunque a primera vista pudiera parecer lo contrario, el cuadro de Las Meninas puede ser de utilidad en una clase de Matemáticas. Veamos por qué. Por supuesto, puede servir para ilustrar importantes conceptos matemáticos concretos como los de número irracional (el número Phi), sucesión (de Fibonacci), fractal, etc. Pero, en mi opinión, puede ser mucho más interesante utilizar el cuadro para discutir el importante y muchas veces olvidado problema de la relación entre las Matemáticas y el mundo real. Puede servir, por ejemplo, para ilustrar los peligros de los falsos ajustes y las correlaciones espurias. ¿Se pueden realmente justificar esas figuras geométricas que vemos (o creemos ver) en el cuadro? ¿Se pueden plantear problemas análogos en otros campos del conocimiento? Por supuesto que sí. Pensemos en las tres fotografías que se muestran a continuación, en las que una espiral logarítmica se ajusta perfectamente a ciertos fenómenos del mundo físico. ¿Cuáles de estos ajustes están justificados, y por qué?



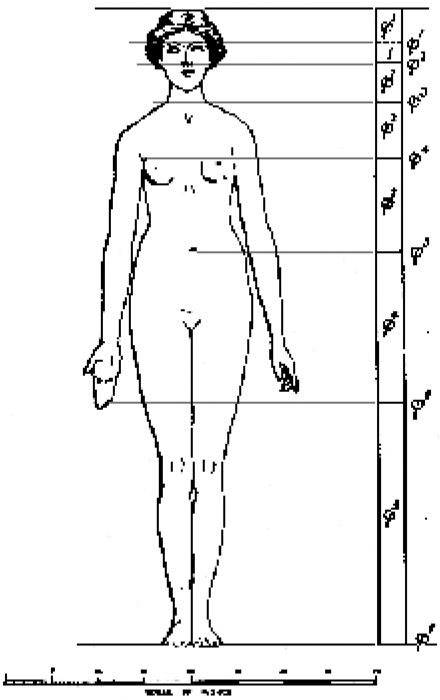
Huracán y espiral logarítmica



Nautilus y espiral logarítmica

Africa y espiral logarítmica

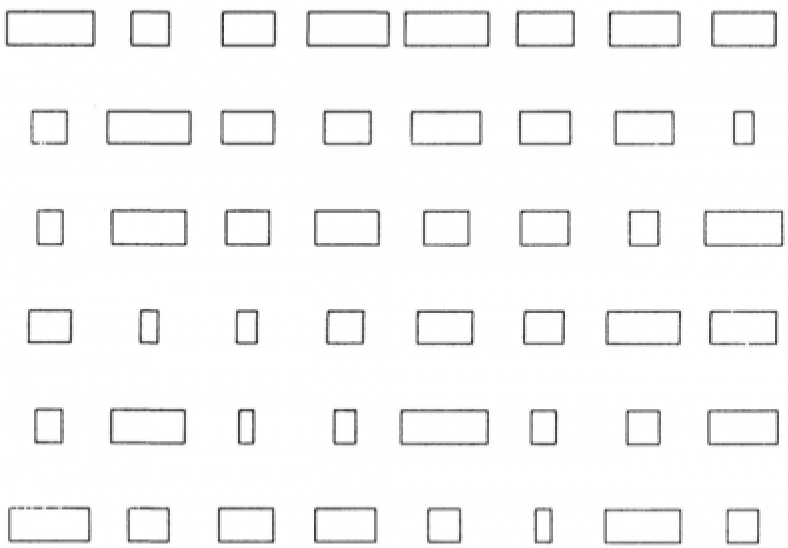
Estamos tan acostumbrados a las descripciones matemáticas del mundo, que a menudo se nos olvida preguntarnos por qué funcionan estos argumentos, por qué se puede describir el mundo en términos matemáticos. Y no solo el mundo físico sino, como hemos visto, el mundo ideal de la Belleza abstracta. De las discusiones precedentes surgen de forma natural una serie de preguntas: ¿cuál es exactamente el estatus epistemológico de la teoría de la belleza como proporción matemática? ¿Es cierto que las proporciones de las cosas bellas deben coincidir con la Proporción Áurea? Y ¿qué sucede con las proporciones humanas? ¿Son comparables el Hombre de Vitruvio y el Modulor de Le Corbusier? ¿O la belleza depende del contexto cultural? ¿Sigue considerándose bella hoy en día la mujer de la figura siguiente, diseñada hace un siglo de acuerdo con las proporciones áureas?



Proporciones áureas en la mujer

Tal vez sea menos polémico olvidarnos de las proporciones humanas y plantear las preguntas anteriores en relación a figuras geométricas abstractas. Los rectángulos podrían servirnos perfectamente: ¿Es cierto realmente que los rectángulos áureos son más bellos que los demás? ¿Seguimos siendo platónicos sin saberlo? En este sentido, se pueden llevar a cabo sencillos experimentos psicológicos en clase, como el sugerido por George Markowsky que se comenta a continuación. El experimento consiste en preguntar a una audiencia cuál de los rectángulos que se muestran en la siguiente figura, entre los que figura el rectángulo áureo, es el más bonito. Markowsky afirma que llevó a cabo el experimento en sus clases, y que los rectángulos preferidos se desviaron mucho del áureo. Pero otros investigadores han llevado a cabo experimentos parecidos y los resultados parecen confirmar la hipótesis de la belleza de la proporción áurea. Una forma de salir de dudas es llevar a cabo el experimento en nuestra propia clase de Matemáticas, con Las Meninas como hilo conductor. Yo lo he hecho con 20 alumnos de una clase de Matemática Aplicada, y los resultados parecen confirmar la conclusión de Markowski. De las 18 contestaciones (ya que dos alumnos contestaron en blanco al no manifestar preferencia alguna por los rectángulos), solo 4 incluyeron el rectángulo áureo entre los cinco más preferidos. Otros 4 eligieron rectángulos más cortos que el áureo, 7 eligieron rectángulos más alargados, y 3 respuestas fueron inclasificables, al mezclar rectángulos de todos los tipos. Un experimento curioso, cuyo “ganador” no fue el rectángulo áureo (pero curiosamente hay un ganador; ya que aunque se podría pensar que las respuestas son totalmente aleatorias, en realidad no parecen serlo). El lector puede hacer también su propia elección (en Markowsky (1992) encontrará la posición del rectángulo áureo, que yo no desvelaré para mantener el suspense).

De todo lo expuesto hasta ahora se desprende la sensación de que la Proporción Áurea genera más preguntas que respuestas, y precisamente por esta razón este concepto puede ser útil en las clases de Matemáticas, y quizás también de otras disciplinas, para combatir el mito de que para todas las posibles preguntas es posible encontrar las respuestas correctas.



Los rectángulos de Markowsky.

5. Referencias bibliográficas.

Alpatoff, Michael (1935) *Las Meninas de Velázquez*, Revista de Occidente, tomo XLVIII, nº CXLII, pp. 35-68.

Augé, Jean-Louis (1999) *Vélasquez et Francisco Pacheco. Nouvelles perspectives à propos d'une peinture savante des débuts du Siècle d'Or*, Cahiers du Musée Goya, pp. 1-16.

Bennassar, Bartolomé (2012) *Velázquez. Vida*, Editorial Cátedra.

Biblioteca de Velázquez. Se puede consultar en http://www.iaph.es/sys/productos/Velazquez/velazquezSevilla/documentos/bibliotecaDeVelazquez.html

Bouleau, Charles (1996) *Tramas. La geometría secreta de los pintores*, Editorial Akal.

Brown, Jonathan (1978) *Sobre el significado de Las Meninas*, recogido en Marías (2007) *Otras Meninas*, pp. 67-91.

Brown, Jonathan (1999) *Las Meninas como obra maestra*, recogido en Brown (2008) *Escritos completos sobre Velázquez*, pp. 165-186.

Brown, Jonathan (2008) *Escritos completos sobre Velázquez*, Centro de Estudios Europa Hispánica.

Cachafeiro, L. C. (2010) *Velázquez y el número áureo*, SUMA, junio 2010, 7-14.

Cachafeiro, L. C. & Del Valle, C. (2009) *El número áureo en la obra de Velázquez*, Boletín del Museo e Instituto Camón Aznar nº 104, pp. 7-45.

Campo y Francés, Ángel (1978) *La magia de Las Meninas. Una iconología velazqueña*, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.

Harris, Enriqueta (2003) *Velázquez*, Editorial Akal.

Livio, M. (2006) *La Proporción Áurea*, Editorial Ariel.

Marías, Fernando (editor) (2007) *Otras Meninas*, Editorial Siruela.

Markowsky, G. (1992) *Misconceptions about the Golden Ratio*, The College Mathematics Journal 23 (1), 2-19.

Moffitt, John F. (1986) *Anatomía de Las Meninas: Realidad, Ciencia y Arquitectura*, recogido en Marías (2007) *Otras Meninas*, pp. 171-180.

Neveux, Marguerite (1995) *Le nombe d'or. Radiographie d'un mythe*, Éditions du Seuil.

Pacioli, Luca (2008) *La Divina Proporción*, Editorial Akal. Traducción del original publicado en Venecia en 1509.

Pérez, Rafael (2008) *Matemáticas para compartir la belleza*, Revista Iberoamericana de Educación Matemática nº 16, pp. 7-27.

Snyder, J. & Cohen, T. (1980) *Respuesta Crítica. Reflexiones sobre Las Meninas: la paradoja perdida*, recogido en Marías (2007) *Otras Meninas*, pp. 113-127.